专题　二次根式的概念与性质

【例 1】设 x，y 都是有理数，且满足方程 $\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3}\right)x+\left(\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2}\right)y-4-\pi=0$，那么 $x-y$ 的值是__________.

【例 2】 当 $1\le x\le 2$，经化简，$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=$__________.

【例 3】若 $a>0$，$b>0$，且 $\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)=3\sqrt{b}\left(\sqrt{a}+5\sqrt{b}\right)$，求 $\dfrac{2a+3b+\sqrt{ab}}{a-b+\sqrt{ab}}$ 的值.

【例 4】若实数 x，y，m 满足关系式：

$\sqrt{3x+5y-2-m}+\sqrt{2x+3y-m}=\sqrt{x-199+y}\cdot\sqrt{199-x-y}$，试确定 m 的值.

【例 5】已知 $a+b-2\sqrt{a-1}-4\sqrt{b-2}=3\sqrt{c-3}-\frac{1}{2}c-5$，求 $a+b+c$ 的值.

【例 6】在△ABC 中，AB，BC，AC 三边的长分别为 $\sqrt{5}$，$\sqrt{10}$，$\sqrt{13}$，求这个三角形的面积．小辉同学在解答这道题时，先建立一个正方形网格（每个小正方形的边长为 1），再在网格中画出格点△ABC（即△ABC 三个顶点都在小正方形的顶点处），如图 1 所示．这样不需求△ABC 的高，而借用网格就能计算出它的面积．

（1）请你将△ABC 的面积直接填写在横线上：__________.

（2）我们把上述求△ABC 面积的方法叫作构图法．若△ABC 三边的长分别为 $\sqrt{5}a$，$2\sqrt{2}a$，$\sqrt{17}a$（$a>0$），请利用图 2 中的正方形网格（每个小正方形的边长为 a）画出相应的△ABC，并求出它的面积．

（3）若△ABC 三边的长分别为 $\sqrt{m^2+16n^2}$，$\sqrt{9m^2+4n^2}$，$2\sqrt{4m^2+n^2}$ （$m>0$，$n>0$，且 $m\neq n$）试运用构图法求出这个三角形的面积．

方形等特殊图形求得．

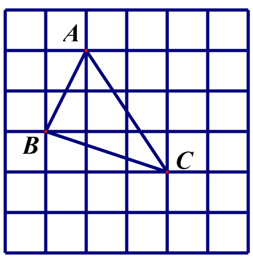

图 1

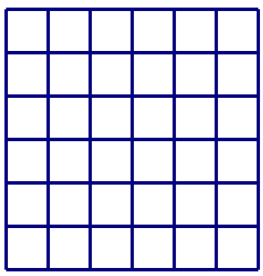
图 2

A 级

1．要使代数式$\dfrac{\sqrt{|x-3|-2}}{x^2-4x+3}$有意义．则$x$的取值范围是____________.

2．已知实数a，b，c满足$\dfrac{1}{2}|a-b|+\sqrt{2b+c}+c^2-c+\dfrac{1}{4}=0$，则$a\bullet$（$b+c$）的值为______.

3．代数式$\sqrt{x}+\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}$的最小值是（　　）．

A．0　　B．$1+\sqrt{2}$　　C．1　　D．不存在

4．下列四组根式中是同类二次根式的一组是（　　）．

A．$\sqrt{2.5}$和$2\sqrt{0.5}$　　B．$3a\sqrt{a}$和$3b\sqrt{b}$　　C．$\sqrt{a^2b}$和$\sqrt{ab^2}$　　D．$\sqrt{ab^7c^3}$和$\sqrt{\dfrac{c^3}{ab}}$

5．化简$\sqrt{9x^2-6x+1}-\left(\sqrt{3x-5}\right)^2$的结果是（　　）．

A．$6x-6$　　B．$-6x+6$　　C．-4　　D．4

6．设a是一个无理数，且a，b满足$ab-a-b+1=0$，则b是一个（　　）．

A．小于0的有理数　　B．大于0的有理数　　C．小于0的无理数　　D．大于0的无理数

7．已知$\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)=3\sqrt{b}\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{a}+4\sqrt{b}\right)$，其中$ab\neq0$，求$\dfrac{a-5b+\sqrt{ab}}{a+b+\sqrt{ab}}$的值.

8．已知$6+\sqrt{11}$与$6-\sqrt{11}$的小数部分分别是a，b，求ab的值.

9．设a，b，c为两两不等的有理数.

求证：$\sqrt{\dfrac{1}{(a-b)^2}+\dfrac{1}{(b-c)^2}+\dfrac{1}{(c-a)^2}}$为有理数.

10．设x，y都是正整数，且使$\sqrt{x-116}+\sqrt{x+100}=y$，求$y$的最大值.

B 级

1．已知 x， y 为实数，$y=\dfrac{\sqrt{x^2-9}+\sqrt{9-x^2}+1}{x-3}$，则 $5x+6y=$________.

2．已知实数 a 满足 $|1999-a|+\sqrt{a-2000}=a$，则 $a-1999^2=$__________.

3．正数 m， n 满足 $m+4\sqrt{mn}-2\sqrt{m}-4\sqrt{n}+4n=3$，那么 $\dfrac{\sqrt{m}+2\sqrt{n}-8}{\sqrt{m}+2\sqrt{n}+2002}$ 的值为______.

4．若 a， b 满足 $3\sqrt{a}+5|b|=7$，则 $s=2\sqrt{a}-3|b|$ 的取值范围是_______.

5．已知整数 x， y 满足 $\sqrt{x}+2\sqrt{y}=50$，那么整数对（x， y）的个数是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

6．已知 $\dfrac{1}{a}-|a|=1$，那么代数式 $\dfrac{1}{a}+|a|$ 的值为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$-\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{5}$

7．设等式 $\sqrt{a(x-a)}+\sqrt{a(y-a)}=\sqrt{x-a}-\sqrt{a-y}$ 在实数范围内成立，其中 x， y， a 是两两不同的实数．则代数式 $\dfrac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$ 的值为（　　）．

A．3　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．2　　D．$\dfrac{5}{3}$

8．已知 $\sqrt{25-x^2}-\sqrt{15-x^2}=2$，则 $\sqrt{25-x^2}+\sqrt{15-x^2}$ 的值为（　　）．

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

9．设 a， b， c 是实数，若 $a+b+c=2\sqrt{a+1}+4\sqrt{b+1}+6\sqrt{c-2}-14$，求

$a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)$ 的值.

10．设 $s=\sqrt{1+\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}}+\cdots+\sqrt{1+\dfrac{1}{1999^2}+\dfrac{1}{2000^2}}$，求不超过 s 的最大整数[s].